

Teorema del resto

Il resto della divisione di un polinomio $P(x)$, di grado maggiore o uguale a 1, per un binomio del tipo $x - k$ è uguale a $P(k)$.

La spiegazione è semplice

Infatti, da $P(x) = Q(x)(x-k) + R(x)$ si ottiene $P(k) = Q(k)(k-k) + R(k)$ da cui $P(k) = R(k)$.

Calcoliamo il resto di alcune divisioni con questo teorema

$$(x^4 - 3x^2 - 2x + 1) : (x - 2)$$

$$R(2) = P(2) = 2^4 - 3(2)^2 - 2(2) + 1 = 16 - 12 - 4 + 1 = +1$$

$$(x^4 - x^3 - 2x^2 - 2x + 4) : (x + 1)$$

$$R(-1) = P(-1) = (-1)^4 - (-1)^3 - 2(-1)^2 - 2(-1) + 4 = 1 + 1 - 2 + 2 + 4 = 6$$

$$(4y^4 - 2y^3 - y - 1) : \left(y + \frac{1}{2}\right)$$

$$R\left(-\frac{1}{2}\right) = P\left(-\frac{1}{2}\right) = 4\left(-\frac{1}{2}\right)^4 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = 4\left(\frac{1}{16}\right) - 2\left(-\frac{1}{8}\right) + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1+1+2-4}{4} = 0$$

Essendo $R=0$ ne consegue che in questo ultimo caso $4y^4 - 2y^3 - y - 1$ è divisibile per $y + \frac{1}{2}$

Più in generale possiamo dire che $P(x)$ è divisibile per $x-K$ se $P(K) = 0$