I radicali doppi

I radicali doppi si presentano così

$$\sqrt{a+\sqrt{b}} \qquad \text{o} \qquad \sqrt{a-\sqrt{b}} \qquad \text{con a e b positivi}$$

Se $\boldsymbol{a^2-b}$ è $\boldsymbol{un\ quadrato\ perfetto}$ un radicale doppio si può trasformare in radicali semplici con le seguenti formule

$$\sqrt{a+\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} + \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$$

$$\sqrt{a-\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} - \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$$

Es.n. 1

$$\sqrt{4-\sqrt{7}}$$

$a^2-b=4^2-7=9$ è un quadrato perfetto e quindi si può procedere con lo sdoppiamento

$$\sqrt{4-\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{4+\sqrt{4^2-7}}{2}} - \sqrt{\frac{4-\sqrt{4^2-7}}{2}} = \sqrt{\frac{4+\sqrt{9}}{2}} - \sqrt{\frac{4-\sqrt{9}}{2}} = \sqrt{\frac{4+3}{2}} - \sqrt{\frac{4-3}{2}} =$$

$$\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$ e razionalizzando i denominatori $$= \frac{\sqrt{14}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Es.n.2

$$\sqrt{x+y+2\sqrt{xy}} = \sqrt{x+y+\sqrt{4xy}} =$$

$a^2-b=(x+y)^2-4xy = x^2+2xy+y^2-4xy = x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$ è un quadrato perfetto e quindi si può procedere con lo sdoppiamento

$$= \sqrt{\frac{x+y+\cancel{\sqrt{}}(x-y)^{\cancel{2}}}{2}} + \sqrt{\frac{x+y-\cancel{\sqrt{}}(x-y)^{\cancel{2}}}{2}} = \sqrt{\frac{x+\cancel{y}+x-\cancel{y}}{2}} + \sqrt{\frac{\cancel{x}+y-\cancel{x}+y}{2}} =$$

$$\sqrt{\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}} + \sqrt{\frac{\cancel{2}y}{\cancel{2}}} = \sqrt{x}+\sqrt{y}$$

A condizione che sia $x>0$ e $y>0$