Razionalizzazione del denominatore di una frazione

E' un'operazione con cui si toglie il radicale del denominatore

Si fa per rendere più semplici i calcoli

Come si fa? Moltiplicando numeratore e denominatore per un fattore razionalizzante

Distingueremo **cinque** tipi di razionalizzazione

Premessa: indicheremo ogni volta con **N** il numeratore della frazione e moltiplicheremo numeratore e denominatore per il fattore razionalizzante

1° Tipo

Al denominatore c'è un solo radicale $\sqrt{a}$ In questo caso il fattore razionalizzante è $\sqrt{a}$

$$\frac{N}{\sqrt{a}}=\frac{N\sqrt{a}}{\sqrt{a}*\sqrt{a}}=\frac{N\sqrt{a}}{\cancel{\sqrt{a^2}}}=\frac{N\sqrt{a}}{a}$$

2° Tipo

Al denominatore c'è un solo radicale $\sqrt[n]{a^m}$ In questo caso il fattore razionalizzante è $\sqrt[n]{a^{n-m}}$

$$\frac{N}{\sqrt[n]{a^m}}=\frac{N\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^m}*\sqrt[n]{a^{n-m}}}=\frac{N\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{m+n-m}}}=\frac{N\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\cancel{\sqrt[n]{a^n}}}=\frac{N\sqrt[n]{a^{n-m}}}{a}$$

3° Tipo

Al denominatore c'è una somma o differenza di radicali quadratici

Per $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ il fattore razionalizzante è $\sqrt{a}-\sqrt{b}$

$$\frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{N*(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})*(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\frac{N*(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\cancel{\sqrt{a^2}}-\cancel{\sqrt{b^2}}}=\frac{N*(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$$

Per $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ il fattore razionalizzante è $\sqrt{a}+\sqrt{b}$

$$\frac{N}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{N*(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})*(\sqrt{a}+\sqrt{b})}=\frac{N*(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\cancel{\sqrt{a^2}}-\cancel{\sqrt{b^2}}}=\frac{N*(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$$

4° Tipo

Al denominatore c'è una somma o differenza di radicali cubici

Per $\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}$ il fattore razionalizzante è $\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}$

$$\frac{N}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}=\frac{N*(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}{(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})*(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}=\frac{N*(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}{\cancel{\sqrt[3]{a^3}}+\sqrt[3]{a^2\cancel{b}}+\sqrt[3]{a\cancel{b}^2}-\sqrt[3]{\cancel{b}a^2}-\sqrt[3]{\cancel{a}b^2}-\cancel{\sqrt[3]{b^3}}}$$

Per la pagina successiva vai col mouse in fondo alla pagina e clicca sulla freccia

$$=\frac{N*\left(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)}{a-b}$$

Per $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}$ il fattore razionalizzante è $\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}$

$$\frac{N}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}=\frac{N*\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\right)*\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)}=\frac{N*\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)}{\sqrt[3]{a^3}-\cancel{\sqrt[3]{a^2b}}+\cancel{\sqrt[3]{ab^2}}+\cancel{\sqrt[3]{ba^2}}-\cancel{\sqrt[3]{ab^2}}+\sqrt[3]{b^3}}$$

$$=\frac{N*\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}\right)}{a+b}$$

Esercizi svolti

$\frac{5}{\sqrt{20}}=$ **Procedimento: scomporre il radicando, portare fuori, razionalizzare con il fattore razionalizzante** $\sqrt{5}$

$$\frac{5}{\sqrt{20}}=\frac{5}{\sqrt{2^2\cdot 5}}=\frac{5}{2\sqrt{5}}=\frac{5\cdot\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{5^2}}=\frac{\cancel{5}\sqrt{5}}{2\cdot\cancel{5}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{16x-64}}{\sqrt{x^2-16}}=\frac{\sqrt{16(x-4)}}{\sqrt{(x-4)(x+4)}}=\frac{4\cancel{\sqrt{(x-4)}}}{\cancel{\sqrt{(x-4)}}\cdot\sqrt{(x+4)}}=$$

$$\frac{4\cdot\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+4}\cdot\sqrt{x+4}}=\frac{4\sqrt{x+4}}{\sqrt{(x+4)^2}}=\frac{4\sqrt{x+4}}{x+4}$$

$$\frac{xy^2}{\sqrt[3]{x^3y}}=\frac{\cancel{x}y^2}{\cancel{x}\sqrt[3]{y}}=\frac{y^2\cdot\sqrt[3]{y^2}}{\sqrt[3]{y}\,\sqrt[3]{y^2}}=\frac{y^2\sqrt[3]{y^2}}{\cancel{\sqrt[3]{y^3}}}=\frac{y^2\sqrt[3]{y^2}}{\cancel{y}}=y\sqrt[3]{y^2}$$

$$\frac{5x^2y}{\sqrt[4]{625x^5y}}=\frac{5x^2y}{\sqrt[4]{5^4x^5y}}=\frac{\cancel{5}x^{\cancel{2}}y}{\cancel{5x}\sqrt[4]{xy}}=\frac{xy\cdot\sqrt[4]{x^3y^3}}{\sqrt[4]{xy}\cdot\sqrt[4]{x^3y^3}}=\frac{xy\sqrt[4]{x^3y^3}}{\cancel{\sqrt[4]{x^4y^4}}}=$$

$$\frac{\cancel{xy}\sqrt[4]{x^3y^3}}{\cancel{xy}}=\sqrt[4]{x^3y^3}$$

$$\frac{5}{3+\sqrt{2}}=\frac{5(3-\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}=\frac{5(3-\sqrt{2})}{9-\sqrt{2^2}}=\frac{5(3-\sqrt{2})}{9-2}=\frac{5(3-\sqrt{2})}{7}$$

Per la pagina successiva vai col mouse in fondo alla pagina e clicca sulla freccia

$$\frac{3x-b}{\sqrt{3x}-\sqrt{b}}=\frac{(3x-b)\cdot(\sqrt{3x}+\sqrt{b})}{(\sqrt{3x}-\sqrt{b})\cdot(\sqrt{3x}+\sqrt{b})}=\frac{(3x-b)(\sqrt{3x}+b)}{\sqrt{3^{\cancel{2}}x^{\cancel{2}}}-\cancel{\sqrt{\;}}\,b^{\cancel{2}}}=\frac{\cancel{(3x-b)}(\sqrt{3x}+\sqrt{b})}{\cancel{3x-b}}=$$

$$\sqrt{3x}+\sqrt{b}$$

$$\frac{2}{2-\sqrt[3]{4}}=$$

Per eseguire questo esercizio occorre ricordare che $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

$$\frac{2(2^2+2\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{4^2})}{(2-\sqrt[3]{4})\cdot(2^2+2\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{4^2})}=\frac{2(4+2\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{16})}{2^3-\cancel{\sqrt[3]{\;}}\,4^{\cancel{3}}}=$$

$$\frac{2(4+2\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2^4})}{8-4}=\frac{2(4+2\sqrt[3]{4}+2\sqrt[3]{2})}{4}=$$

$$\frac{\cancel{4}(2+\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2})}{\cancel{4}}=2+\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}$$

$$\frac{x}{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x+y}}=$$

Per eseguire questo esercizio occorre ricordare che $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

$$\frac{x(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x(x+y)}+\sqrt[3]{(x+y)^2})}{(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x+y})\cdot(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x(x+y)}+\sqrt{(x+y)^2})}=$$

$$\frac{x(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x(x+y)}+\sqrt[3]{(x+y)^2})}{(\cancel{\sqrt[3]{\;}}\,x^{\cancel{3}}+\cancel{\sqrt[3]{\;}}\,(x+y)^{\cancel{3}})}=$$

$$\frac{x(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x(x+y)}+\sqrt[3]{(x+y)^2})}{x+x+y}=$$

$$\frac{x(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x(x+y)}+\sqrt[3]{(x+y)^2})}{2x+y}$$