

Relazioni tra i coefficienti e le radici di un'equazione di secondo grado

1° Relazione: la somma delle radici è uguale **al rapporto, cambiato di segno, tra il secondo e il primo coefficiente**

$$s = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

2° Relazione: il prodotto delle radici è uguale **al rapporto tra il terzo e il primo coefficiente**

$$p = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Data l'equazione $ax^2 + bx + c = 0$, **dividendo tutti i termini per a si ottiene**

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

E tenendo conto della 1° e 2° relazione

$$x^2 - sx + p = 0$$

Queste relazioni consentono di risolvere alcuni esercizi

Es.n.1

Data una soluzione trovare l'altra

Data $x^2 - 4x - 5 = 0$ e $x_1 = -1$ calcolare x_2

Dalla $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ si ottiene $-1 + x_2 = 4 \Rightarrow x_2 = 5$

Es.n.2

Date le due radici scriverne l'equazione

$$\text{Date } x_1 = \frac{1}{2} \text{ e } x_2 = \frac{2}{3} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$$
$$x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

e utilizzando la $x^2 - sx + p = 0$ si ottiene $x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow 6x^2 - 7x + 2 = 0$

Es.n.3

Date le due radici scriverne l'equazione

Per la pagina successiva vai col mouse in fondo alla pagina e clicca sulla freccia

$$x_1 = \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad \text{e} \quad x_2 = \sqrt{2} - \sqrt{3} \Rightarrow$$

$$s = x_1 + x_2 = \sqrt{2} + \cancel{\sqrt{3}} + \sqrt{2} - \cancel{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$$

$$p = x_1 \cdot x_2 = (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = \sqrt{2}^2 - \sqrt{3}^2 = 2 - 3 = -1$$

e utilizzando la $x^2 - sx + p = 0$ si ottiene $x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0$

Es.n.4

Trovare due numeri conoscendo la loro somma e il prodotto

Dati $s = x_1 + x_2 = 7$ e $P = x_1 \cdot x_2 = 12$ calcolare x_1 e x_2

Si imposta l'equazione risolvente $x^2 - sx + p = 0$

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \quad x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 4 \end{cases}$$

Es.n.5

Trovare due numeri conoscendo la loro somma e il prodotto

Dati $s = x_1 + x_2 = \frac{4+\sqrt{3}}{2}$ e $P = x_1 \cdot x_2 = \sqrt{3}$ calcolare x_1 e x_2

Si imposta l'equazione risolvente $x^2 - sx + p = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - \frac{4+\sqrt{3}}{2}x + \sqrt{3} &= 0 \Rightarrow x = \frac{\frac{4+\sqrt{3}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4+\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 4\sqrt{3}}}{2} = \\ &= \frac{\frac{4+\sqrt{3}}{2} \pm \sqrt{\frac{16+8\sqrt{3}+\sqrt{3}^2}{4} - 4\sqrt{3}}}{2} = \\ &= \frac{\frac{4+\sqrt{3}}{2} \pm \sqrt{\frac{16+8\sqrt{3}+\sqrt{3}^2 - 16\sqrt{3}}{4}}}{2} = \\ &= \frac{\frac{4+\sqrt{3}}{2} \pm \sqrt{\frac{16-8\sqrt{3}+\sqrt{3}^2}{4}}}{2} = \frac{\frac{4+\sqrt{3}}{2} \pm \sqrt{\frac{(4-\sqrt{3})^2}{4}}}{2} = \\ &= \frac{\frac{4+\sqrt{3}}{2} \pm \frac{4-\sqrt{3}}{2}}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{4+\sqrt{3} - 4 + \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x_2 = \frac{4+\sqrt{3} + 4 - \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{8}{4} = 2 \end{cases} \end{aligned}$$